未来へひろがる数学(啓林館)：目黒区立中学校の教科書
中学３年生　２章　平方根　章末問題　学びを身につけよう。　　　問題文は省略します。

$\boxed{1}$

（１）誤り

$8^2 = 64$、$(-8)^2 = 64$だから、64の平方根は、± 8。

（２）誤り

$\sqrt{900} > 0$だから、30である。

（３）誤り

$\sqrt{(-7)^2} > 0$だから、７である。　※$\sqrt{(-7)^2} = \sqrt{49} = \sqrt{7^2} = 7$

（４）誤り

$\sqrt{2} + \sqrt{8} = \sqrt{2} + 2\sqrt{2} = (1+2)\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

したがって、$\sqrt{10}$とはならず、$3\sqrt{2}$となる。

$\boxed{2}$

ポイント　$m < \sqrt{a} < n$　→　$\sqrt{m^2} < \sqrt{a} < \sqrt{n^2}$だから、$m^2 < a < n^2$

（１）$2 < \sqrt{a} < 3$　→　$\sqrt{2^2} < \sqrt{a} < \sqrt{3^2}$

$\sqrt{4} < \sqrt{a} < \sqrt{9}$

このことから、$4 < a < 9$

したがって、自然数aは、5,6,7,8となる。

（２）$9 < \sqrt{a} < 9.2$　→　$\sqrt{9^2} < \sqrt{a} < \sqrt{9.2^2}$

$\sqrt{81} < \sqrt{a} < \sqrt{84.64}$

このことから、$81 < a < 84.64$

したがって、自然数aは、82,83,84となる。

$\boxed{3}$

すべて√だけの形に変換して、√の中を比較する。

$\frac{2}{3}=\sqrt{\frac{4}{9}}$、　$\sqrt{\frac{2}{3}}=\sqrt{\frac{6}{9}}$、　$\frac{\sqrt{2}}{3}=\sqrt{\frac{2}{9}}$、　$\frac{2}{\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{4}{3}}=\sqrt{\frac{12}{9}}$

$$\sqrt{\frac{2}{9}}<\sqrt{\frac{4}{9}}<\sqrt{\frac{6}{9}}<\sqrt{\frac{12}{9}}$$

だから、$\frac{\sqrt{2}}{3}$、$\frac{2}{3}$、$\sqrt{\frac{2}{3}}$、$\frac{2}{\sqrt{3}}$

$\boxed{4}$

（1）$\frac{6}{\sqrt{3}}=\frac{6\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{6\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}$

（2）$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{5}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{10}}{2}$

（3）$\frac{1}{4\sqrt{6}}=\frac{1\times\sqrt{6}}{4\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}}{24}$

$\boxed{5}$

ポイント　$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$

$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$

$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\frac{\sqrt{a}\times\sqrt{b}}{\sqrt{b}\times\sqrt{b}}=\frac{\sqrt{ab}}{b}$

$a>0$ の場合、$\sqrt{a^2}=a$、$(a^n)^m=a^{n\times m}$、$a^{n\times 2}=(a^n)^2$　$\sqrt{(a^n)^2}=a^n$

（1）32 を素因数分解すると $32=2^2\times2^2\times2=4^2\times2$。$\sqrt{32}=\sqrt{4^2\times2}=4\sqrt{2}$。

$$\begin{aligned}\sqrt{32}\times\sqrt{2}&=4\sqrt{2}\times\sqrt{2}\\&=4\sqrt{2\times2}\\&=4\times2\\&=8\end{aligned}$$

（２）27、12 を素因数分解すると$27 = 3^2 \times 3$、$12 = 2^2 \times 3$。$\sqrt{27} = 3\sqrt{3}$、$\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

$$
\begin{aligned}
2\sqrt{27} \times \sqrt{12} &= 2 \times 3\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} \\
&= 12\sqrt{3 \times 3} \\
&= 12 \times 3 \\
&= 36
\end{aligned}
$$

（３）$7\sqrt{2} \div \sqrt{7} = \frac{7\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$　　※$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$　を使う

$= \frac{7\sqrt{2}\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}$　　※分母の有理化をする

$= \frac{7\sqrt{14}}{7}$　　※約分をする

$= \sqrt{14}$

（４）$\sqrt{90} = 3\sqrt{10}$

$$
\begin{aligned}
3\sqrt{90} \div \sqrt{15} \div 6\sqrt{2} &= 9\sqrt{10} \times \frac{1}{\sqrt{15}} \times \frac{1}{6\sqrt{2}} \\
&= \frac{9\sqrt{10}}{6\sqrt{30}} \\
&= \frac{3}{2\sqrt{3}} \\
&= \frac{3\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}} \\
&= \frac{3\times\sqrt{3}}{2\times3} \\
&= \frac{\sqrt{3}}{2}
\end{aligned}
$$

（５）
$$
\begin{aligned}
\left(-\sqrt{14}\right) \div \sqrt{21} \times \sqrt{75} &= -\frac{\sqrt{14}\times\sqrt{75}}{\sqrt{21}} \\
&= -\sqrt{\frac{14\times75}{21}} \\
&= -\sqrt{\frac{2\times7\times3\times5^2}{3\times7}} \\
&= -5\sqrt{2}
\end{aligned}
$$

（６）$\sqrt{50}+2\sqrt{18}-8\sqrt{2}=5\sqrt{2}+2\times3\sqrt{2}-8\sqrt{2}$　　　※$\sqrt{50}=5\sqrt{2}$、$\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

$=(5+2\times3-8)\sqrt{2}$

$=3\sqrt{2}$

（７）$\sqrt{75}-\sqrt{3}-2\sqrt{27}=5\sqrt{3}-\sqrt{3}-2\times3\sqrt{3}$　　※$\sqrt{75}=5\sqrt{3}$、$\sqrt{27}=3\sqrt{3}$

$=(5-1-2\times3)\sqrt{3}$

$=-2\sqrt{3}$

（８）$5\sqrt{8}-2\sqrt{12}-3\sqrt{18}=5\times2\sqrt{2}-2\times2\sqrt{3}-3\times3\sqrt{2}$　※$\sqrt{8}=2\sqrt{2}$、$\sqrt{12}=2\sqrt{3}$、$\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

$=10\sqrt{2}-4\sqrt{3}-9\sqrt{2}$

$=(10-9)\sqrt{2}-4\sqrt{3}$

$=\sqrt{2}-4\sqrt{3}$

（９）$\frac{\sqrt{24}}{3}-\frac{2}{\sqrt{6}}=\frac{2\sqrt{6}}{3}-\frac{2\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}$　　※$\sqrt{24}=2\sqrt{6}$　※有理化する

$=\frac{2\sqrt{6}}{3}-\frac{2\sqrt{6}}{6}$　　※約分する

$=\frac{2\sqrt{6}}{3}-\frac{\sqrt{6}}{3}$

$=\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{3}\right)\sqrt{6}$

$=\frac{\sqrt{6}}{3}$

（１０）$\sqrt{\frac{3}{2}}-\sqrt{\frac{2}{3}}=\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}-\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$　　※分子と分母を分けて、有理化する

$=\frac{\sqrt{6}}{2}-\frac{\sqrt{6}}{3}$

$=\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)\sqrt{6}$

$=\frac{\sqrt{6}}{6}$

$\boxed{6}$

（１）$(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})=(3)^2-(2\sqrt{2})^2$　※乗法公式$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

$=9-8$

$=1$

（２）$(5\sqrt{2}-1)^2=(5\sqrt{2})^2-2\times(5\sqrt{2})\times1+1^2$　※乗法公式$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

$=50-10\sqrt{2}+1$

$=51-10\sqrt{2}$

（３）$(\sqrt{7}-1)(2\sqrt{7}+3)=\sqrt{7}\times2\sqrt{7}+\sqrt{7}\times3-1\times2\sqrt{7}-1\times3$

※分配法則$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$

$=14+3\sqrt{7}-2\sqrt{7}-3$

$=11+\sqrt{7}$

（４）$(\sqrt{5}-2)(3-\sqrt{5})=-(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}-3)$　※$(3-\sqrt{5})$を$-(\sqrt{5}-3)$に変換する

$=-\left\{(\sqrt{5})^2+(-2-3)\sqrt{5}+(-2)\times(-3)\right\}$

※乗法公式$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

$=-(5-5\sqrt{5}+6)$

$=-(11-5\sqrt{5})$

$=-11+5\sqrt{5}$

（５）$(4+\sqrt{3})(4+2\sqrt{3})=4^2+(\sqrt{3}+2\sqrt{3})\times4+(\sqrt{3})\times(2\sqrt{3})$

※乗法公式$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

$=16+12\sqrt{3}+6$

$=22+12\sqrt{3}$

（６）$(3\sqrt{6}+2\sqrt{3})(3\sqrt{6}-2\sqrt{3})=(3\sqrt{6})^2-(2\sqrt{3})^2$　※乗法公式$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

$=54-12$

$=42$

$\boxed{7}$

60 を素因数分解すると、$60 = 2^2 \times 3 \times 5$

$\sqrt{60a}$が自然するになるためには、$60a = n^2$の形にする必要がある。

$n^2 = 2^2 \times 3 \times 5 \times a$

aは無数に存在するが、一番小さいものは、$a = 3 \times 5 = 15$である。

このとき、$\sqrt{60a} = \sqrt{2^2 \times 3 \times 5 \times (3 \times 5)} = \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 5^2} = 30$となる

答え　15

$\boxed{8}$

（１）$(x+y)^2 = \left(\sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{2}\right)^2$

$= \left(2\sqrt{3}\right)^2$

$= 12$

（２）$xy = \left(\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3} + \sqrt{2}\right)$

$= \left(\sqrt{3}\right)^2 - \left(\sqrt{2}\right)^2$

$= 3 - 2$

$= 1$

（３）$x^2 - y^2 = (x+y)(x-y) = \left(\sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3} - \sqrt{2} - \sqrt{3} - \sqrt{2}\right)$

$= \left(2\sqrt{3}\right) \times \left(-2\sqrt{2}\right)$

$= -4\sqrt{6}$

$\boxed{9}$

（１）求める半径の値を x とおく。円の周は、$l = 2\pi r$（r は半径の長さ）

半径２cm の円の周$= 2\pi \times 2 = 4\pi$　・・・①

半径 8cm の円の周$= 2\pi \times 8 = 16\pi$　・・・②

半径 x cm の円の周$= 2\pi \times\ x = 2\pi x$　・・・③

③＝①＋②　$2\pi x = 4\pi + 16\pi = 20\pi$

したがって、$x = 10$

答え：10cm

（２）　求める値を x とおく。　円の面積は、$S = \pi r^2$（r は半径の長さ）

半径２cm の円の面積$= \pi \times 2^2 = 4\pi$　・・・①

半径 8cm の円の面積$= \pi \times 8^2 = 64\pi$　・・・②

半径 x cm の円の周$= \pi \times x^2 = \pi x^2$　・・・③

③＝①＋②　$\pi x^2 = 4\pi + 64\pi = 68\pi$　$x^2 = 68$

$x > 0$ だから、$x = \sqrt{68}$

$\sqrt{68}$は、いくつくらいかを見ていく。

$8^2 < 68 < 9^2$。　だから、$8 < \sqrt{68} < 9$

8 と 9 の中央値 8.5 を考える。$8.5^2 = 72.25$ で、$8^2 < 68 < 8.5^2$となる。だから、$8 < \sqrt{68} < 8.5$

8 と 8.5 の中央値 8.25 だから、8.2 または 8.3 を考える。まず、8.2 で考えてみる。

$8.2^2 = 67.24$ で、$8.2^2 < 68$ となる。だから、$8.2 < \sqrt{68}$　…①

$8.3^2 = 68.89$ で、$68 < 8.3^2$ となる。だから、$\sqrt{68} < 8.3$ …②

①　②から$8.2 < \sqrt{68} < 8.3$。

したがって、小数第一は 2 になる。

答え：8.2cm

$\boxed{10}$

$3.515 \leq \sqrt{68} < 3.525$

$\boxed{11}$

（１）②に$\sqrt{2}$をかける

$$
\begin{array}{rl}
 & 2\sqrt{2}x + 2y = 3\sqrt{2} \\
+\,) & \sqrt{2}x - 2y = 3 \\
\hline
 & 3\sqrt{2}x \qquad = 3 + 3\sqrt{2}
\end{array}
$$

$$x = \frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{(1+\sqrt{2})\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$$

$$x = \frac{\sqrt{2}+2}{2}$$

② に代入する。

$$2\left(\frac{\sqrt{2}+2}{2}\right) + \sqrt{2}y = 3$$

$$\sqrt{2} + 2 + \sqrt{2}y = 3$$

$$\sqrt{2}y = 1 - \sqrt{2}$$

$$y = \frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$y = \frac{\sqrt{2}-2}{2}$$

答え　$x = \frac{\sqrt{2}+2}{2}$　　$y = \frac{\sqrt{2}-2}{2}$

（２）①から、$y = \frac{\sqrt{2}x-3}{2}$

②へ代入する。

$$2x + \sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}x-3}{2}\right) = 3$$

$$2x + \frac{2x-3\sqrt{2}}{2} = 3$$

$$3x = 3 + \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$x = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}+2}{2}$$

$y = \frac{\sqrt{2}x-3}{2}$に、$x$を代入する。

$$y = \frac{\sqrt{2}x-3}{2} = \left\{\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}+2}{2}\right) - 3\right\} \times \frac{1}{2} = \frac{2+2\sqrt{2}-6}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{2\sqrt{2}-4}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}-2}{2}$$

答え　$x = \frac{\sqrt{2}+2}{2}$　　$y = \frac{\sqrt{2}-2}{2}$