

1

次の問に答えなさい。

- (1) 下の式の展開で、まちがっているところを正しく  
なおしなさい。

$$(x-7)(x+6) = x^2 + x - 42$$

- (2) 次の式は  $x^2 - 3x - 18$  を因数分解しているとはいえません。その理由を説明しなさい。

$$x^2 - 3x - 18 = x(x-3) - 18$$

- (1) 乗法公式  $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$  に当てはめてみる

$$\begin{aligned}(x-7)(x+6) &= x^2 + (-7+6)x + (-7) \times 6 \\ &= x^2 - x - 42\end{aligned}$$

- (2) 因数分解は、かけ算のみにする。たし算、ひき算があってはならないため。

2

次の計算をしなさい。

$$(1) \quad 2a(a-2b)$$

$$(2) \quad (6x^2 - 3x) \div (-3x)$$

$$(3) \quad (3ab - 9b^2) \div \frac{3}{4}b$$

$$(4) \quad 5x(x-1) - x(4x+5)$$

- (1) 分配法則を使う。  $a(b+c) = ab+ac$

$$\begin{aligned}2a(a-2b) &= 2a \times a + 2a \times (-2b) \\ &= 2a^2 - 4ab\end{aligned}$$

- (2) わり算をかけ算に直す  $\Rightarrow$  分配法則を使う。

$$\begin{aligned}&= (6x^2 - 3x) \times \left(-\frac{1}{3x}\right) = 6x^2 \times \left(-\frac{1}{3x}\right) + (-3x) \times \left(-\frac{1}{3x}\right) \\ &= -2x + 1\end{aligned}$$

- (3) わり算をかけ算に直す  $\Rightarrow$  分配法則を使う。

$$\begin{aligned}&= (3ab - 9b^2) \times \left(\frac{4}{3b}\right) = 3ab \times \frac{4}{3b} + (-9b^2) \times \frac{4}{3b} \\ &= 4a - 12b\end{aligned}$$

- (4) 分配法則を使う。

$$\begin{aligned}5x(x-1) - x(4x+5) &= 5x \times x + 5x \times (-1) - (x \times 4x + x \times 5) \\ &= 5x^2 - 5x - (4x^2 + 5x) \\ &= 5x^2 - 5x - 4x^2 - 5x \\ &= x^2 - 10x\end{aligned}$$

3

次の式を展開しなさい。

(1)  $(x+4)(x+5)$

(2)  $(a+8)(a-4)$

(3)  $(3a+1)^2$

(4)  $(2x+7)(2x-7)$

(5)  $(a-9b)(2a-7b)$

(6)  $(-4a-b)^2$

★乗法公式を使う。

①  $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

②  $(x+a)^2=x^2+2ax+a^2$

③  $(x-a)^2=x^2-2ax+a^2$

④  $(x-a)(x+a)=x^2-a^2$

(1) 乗法公式①を使う。

$$=x^2+(4+5)x+4\times 5$$

$$=x^2+9x+20$$

(2) 乗法公式①を使う。

$$=a^2+(8+(-4))a+8\times(-4)$$

$$=a^2+4a-32$$

(3) 乗法公式②を使う。

$$=(3a)^2+2\times 1\times 3a+1^2$$

$$=9a^2+6a+1$$

(4) 乗法公式④を使う。

$$=(2x)^2-7^2$$

$$=4x^2-49$$

(5) 乗法公式が使えないから、分配法則で展開する。

$$=a(2a-7b)+(-9b)(2a-7b)$$

$$=a\times 2a+a\times(-7b)+(-9b)\times 2a+(-9b)\times(-7b)$$

$$=2a^2-7ab-18ab+63b^2$$

$$=2a^2-25ab+63b^2$$

(6) 乗法公式③を使う。

$$=(-4a)^2-2\times b\times(-4a)+b^2$$

$$=16a^2+8ab+b^2$$

※式を変形してから展開する。

$$=\{-(4a+b)\}^2$$

$$=(4a+b)^2$$

$$=16a^2+8ab+b^2$$

4

次の計算をなさい。

(1)  $(a-3)^2 - (a+4)(a-4)$

(2)  $(x+7)^2 - (x-6)(x-2)$

(1) 乗法公式を使って展開する。

$$= a^2 - 6a + 9 - (a^2 - 16)$$

$$= a^2 - 6a + 9 - a^2 + 16$$

$$= -6a + 25$$

(2) 乗法公式を使って展開する。

$$= x^2 + 14x + 49 - (x^2 - 8x + 12)$$

$$= x^2 + 14x + 49 - x^2 + 8x - 12$$

$$= 22x + 37$$

5

次の式を因数分解しなさい。

(1)  $4m^2n + 2mn$

(2)  $x^2 + 4x - 5$

(3)  $x^2 - 11x + 24$

(4)  $x^2 - 12x + 36$

(5)  $3x^2 - 12x - 36$

(6)  $xy^2 - 9x$

(7)  $25x^2 - 9y^2$

(8)  $x^2 - 18xy + 81y^2$

★因数分解の公式（乗法公式の逆）

①  $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$

②  $x^2 + 2ax + a^2 = (x+a)^2$

③  $x^2 - 2ax + a^2 = (x-a)^2$

④  $x^2 - a^2 = (x-a)(x+a)$

(1) 共通因数  $2mn$  でくくる。

$$= 2mn(2m + 1)$$

(2) 因数分解の公式①を使う。かけて  $-5$ 、足して  $4$  になる  $2$  つの数は、 $5$  と  $-1$ 。

$$= (x + 5)(x - 1)$$

(3) 因数分解の公式①を使う。かけて  $24$ 、足して  $-11$  になる  $2$  つの数は、 $-3$  と  $-8$ 。

$$= (x - 3)(x - 8)$$

(4) 因数分解の公式③を使う。

$$= x^2 - 12x + 6^2$$

$$= x^2 - 2 \times 6 \times x + 6^2$$

$$= (x - 6)^2$$

(5) 共通因数 3 でくくる。

$$\begin{aligned} &= 3(x^2 - 4x - 12) \quad ※ \quad () \text{ を計算する。かけて } -12、\text{足して } -4 \text{ となる } 2 \text{ つの数は、} -6 \text{ と } 2。 \\ &= 3(x - 6)(x + 2) \end{aligned}$$

(6) 共通因数  $x$  でくくる。

$$\begin{aligned} &= x(y^2 - 9) \\ &= x(y^2 - 3^2) \quad ※ \quad () \text{ を計算する。因数分解の公式④を使う。} \\ &= x(y + 3)(y - 3) \end{aligned}$$

(7)  $25x^2 = (5x)^2$ 、 $9y^2 = (3y)^2$ に気が付けば、因数分解の公式④が使える。

$$\begin{aligned} &= (5x)^2 - (3y)^2 \\ &= (5x + 3y)(5x - 3y) \end{aligned}$$

(8)  $81y^2 = (9y)^2$ と気が付けば、因数分解の公式③が使える。

$$\begin{aligned} &= x^2 - 18xy + (9y)^2 \\ &= x^2 - 2 \times (9y) \times x + (9y)^2 \\ &= (x - 9y)^2 \end{aligned}$$

6

2つの続いた整数で、大きい数の平方から小さい数の平方をひいたときの差を考えます。

- (1) 差はどんな数になるか予想しなさい。
- (2) (1)で予想したことが成り立つことを証明しなさい。

$$\begin{aligned} 1^2 - 0^2 &= 1 - 0 = 1 \\ 2^2 - 1^2 &= 4 - 1 = 3 \\ 3^2 - 2^2 &= 9 - 4 = 5 \end{aligned}$$

(1) 奇数になる。

(2) 2つの続いた整数を  $n$  と  $n+1$  とする。

大きい数の平方から小さい数の平方を引くと、

$$\begin{aligned} (n+1)^2 - n^2 &= (n+1+n)(n+1-n) \\ &= (2n+1) \times 1 \\ &= 2n+1 \end{aligned}$$

$2n$  は偶数だから、 $2n+1$  は奇数である。

したがって、大きい数の平方から小さい数の平方を引くと、奇数になる。

1

次の式を展開しなさい。

(1)  $(x+y-1)(x+y+6)$

(2)  $(a+2b-3)^2$

(3)  $(x+y-5)(x+y+5)$

(4)  $(a+b-1)(a-b+1)$

(1)  $M = x + y$  とおく。

$$= (M-1)(M+6)$$

$$= M^2 + 5M - 6 \quad \text{※}M \text{ を戻す。}$$

$$= (x+y)^2 + 5(x+y) - 6$$

$$= x^2 + 2xy + y^2 + 5x + 5y - 6$$

(2)  $M = a + 2b$  とおく。

$$= (M-3)^2$$

$$= M^2 - 6M + 9 \quad \text{※}M \text{ を戻す。}$$

$$= (a+2b)^2 - 6(a+2b) + 9$$

$$= a^2 + 4ab + 4b^2 - 6a - 12b + 9$$

(3)  $M = x + y$  とおく。

$$= (M-5)(M+5)$$

$$= M^2 - 25 \quad \text{※}M \text{ を戻す。}$$

$$= (x+y)^2 - 25$$

$$= x^2 + 2xy + y^2 - 25$$

(4)  $= (a+b-1)\{a-(b-1)\}$       ※ $M = b-1$  とおく。

$$= (a+M)(a-M)$$

$$= a^2 - M^2 \quad \text{※}M \text{ を戻す。}$$

$$= a^2 - (b-1)^2$$

$$= a^2 - (b^2 - 2b + 1)$$

$$= a^2 - b^2 + 2b - 1$$

2

次の式を因数分解しなさい。

(1)  $2x(x+3)-(x+3)^2$

(2)  $(x-1)^2+4(x-1)-12$

(3)  $a^2-4a+4-b^2$

(4)  $xy-y-2x+2$

(1) 共通因数  $x+3$  で括ってみる

$$= (x+3)\{2x-(x+3)\}$$

$$= (x+3)(2x-x-3)$$

$$= (x+3)(x-3)$$

(2)  $M=x-1$  とおく。

$$= M^2+4M-12$$

※かけて-12、足して4となる2つの数は、6と-2。

$$= (M+6)(M-2)$$

※ $M$  を戻す。

$$= (x-1+6)(x-1-2)$$

$$= (x+5)(x-3)$$

(3) かたまりをつくる。

$$= (a^2-4a+4)-b^2$$

$$= (a-2)^2-b^2$$

$$= (a-2+b)(a-2-b) \quad \text{※並び替える}$$

$$= (a+b-2)(a-b-2)$$

(4) かたまりをつくる。

$$= (xy-y)-(2x-2)$$

$$= y(x-1)-2(x-1)$$

$$= (x-1)(y-2)$$

3

次の式を、くふうして計算しなさい。

(1)  $4.03 \times 3.97$

(2)  $5.5^2 \times 3.14 - 4.5^2 \times 3.14$

$$(1) = (4+0.03) \times (4-0.03)$$

$$= 4^2 - 0.03^2$$

$$= 16 - 0.0009$$

$$= 15.9991$$

$$(2) = 3.14 \times (5.5^2 - 4.5^2)$$

$$= 3.14 \times (5.5+4.5)(5.5-4.5)$$

$$= 3.14 \times 10 \times 1$$

$$= 31.4$$

0でない4つの数字  $a, b, c, d$  を考えます。この数字を  $a, b, c, d, d, c, b, a$  の順に並べ、前から読んでも後ろから読んでも、同じになるような8つの数字の並びをつくります。

たとえば、 $a=2, b=3, c=9, d=6$  のとき、

8つの数字の並びは、23966932 となります。

23966932 では、右のように2つずつに区切って、

2けたの数を4つつくと

「前の2つの数どうしの積と、後ろの2つの数どうしの積は等しくなる。」

ことがわかりました。

(1) 下線で示したことがらは、上のようにしてつくった8つの数字の並びで、いつでも成り立つといえますか。

反例があれば、それを1つあげなさい。

(2) 下線で示したことがらが成り立つには、 $a, b, c, d$  について0でないことのほかに、どのような条件があればよいですか。

(3) (2)で調べたことをもとに、下線で示したことがらが成り立つ数字の並びを、1つつくりなさい。

23 | 96 | 69 | 32

↓

$$23 \times 96 = 2208$$

$$69 \times 32 = 2208$$



積を和に変えると  
どうなるかな。

(1) いつでも成り立つとは限らない

反例：12344321

$$12 \times 34 = 408$$

$$43 \times 21 = 903$$

(2) 数字は、 $abcd dcba$  とする。

$ab$  は、 $10a+b$ 、 $cd$  は、 $10c+d$ 、 $dc$  は、 $10d+c$ 、 $ba$  は、 $10b+a$  と表す。

$(10a+b)(10c+d) = (10d+c)(10b+a)$  となる条件を求めればよい。

$$(10a+b)(10c+d) = (10d+c)(10b+a)$$

$$100ac + 10ad + 10bc + bd = 100bd + 10ad + 10bc + ac$$

$$99ac - 99bd = 0$$

$$ac=bd$$

(3) 36422463

5

活用の  
問題

右の図は、ある月のカレンダーです。

そうたさんとゆうなさんは、このカレンダーの数で、右のように縦2つ、横2つを四角形で囲んだとき、囲んだ4つの数について、どのような性質が成り立つかを調べています。

| 日  | 月  | 火  | 水  | 木  | 金  | 土  |
|----|----|----|----|----|----|----|
|    |    |    |    |    | 1  | 2  |
| 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
| 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 |
| 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 |

そうたさんは、次のような性質が成り立つことを予想しました。

〈そうたさんの予想〉

縦2つ、横2つを四角形で囲んだとき、

4つの数を  $\begin{array}{|c|c|} \hline a & b \\ \hline c & d \\ \hline \end{array}$  とすると、 $bc - ad$  の値はつねに7になる。

(1) 上の予想が正しいことを証明しなさい。

(1) b、c、d を a を使って表すと、

$$b = a + 1, \quad c = a + 7, \quad d = a + 8$$

$bc - ad$  を計算すると、

$$\begin{aligned} bc - ad &= (a + 1)(a + 7) - a(a + 8) \\ &= a^2 + 8a + 7 - a^2 - 8a \\ &= 7 \end{aligned}$$

したがって、必ず7になる。

ゆうなさんは、最初に考えた囲み方を変えて、

右のように縦2つ、横3つを四角形で囲み、

4すみの数を  $\begin{array}{|c|c|c|} \hline a & \cdots & b \\ \hline c & \cdots & d \\ \hline \end{array}$  としたとき、

$bc - ad$  の値はどうなるかを調べることにしました。

| 日  | 月  | 火  | 水  | 木  | 金  | 土  |
|----|----|----|----|----|----|----|
|    |    |    |    |    | 1  | 2  |
| 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
| 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 |
| 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 |

(2) ゆうなさんの囲み方では、 $bc - ad$  の値について、どのような性質が成り立つと予想できますか。

上のそうたさんの予想にならって、成り立つと予想できる性質を説明しなさい。

(3) (2)の予想が正しいことを証明しなさい。

縦3つ、横2つを四角形で囲んだ場合はどうなるかな。





(1) 必ず 14 になる。

(2) b、c、d を a を使って表すと、

$$b = a + 2, \quad c = a + 7, \quad d = a + 9$$

$bc - ad$  を計算すると、

$$\begin{aligned} bc - ad &= (a + 2)(a + 7) - a(a + 9) \\ &= a^2 + 9a + 14 - a^2 - 9a \\ &= 14 \end{aligned}$$

したがって、必ず 14 になる。