未来へひろがる数学(啓林館)：目黒区立中学校の教科書
中学３年生　１章　式の展開と因数分解　章末問題　学びをたしかめよう。　問題文は省略します。

$\boxed{1}$

ポイント
・分配法則を使う。$(a+b)(c+d)=\mathrm{a}\times\mathrm{c}+a\times d+b\times c+b\times d$
・わり算は、逆数（分母と分子を入れ替える、符号は変えない）でかけ算にする
※暗算でできるところは暗算でやること。

（１）$(3x-2y)\times 5xy=3x\times 5xy+(-2y)\times 5xy$　※分配法則$(a+b)c=\mathrm{a}\times\mathrm{c}+b\times c$
$=15x^2y-10xy^2$

（２）$3a(4a-5b)=3a\times 4a+3a\times(-5b)$　※分配法則$a(c+d)=\mathrm{a}\times\mathrm{c}+a\times d$
$=12a^2-15ab$

（３）$2y(-xy+3x-2y)=2y\times(-xy)+2y\times 3x+2y\times(-2y)$
※分配法則$a(b+c+d)=a\times b+\mathrm{a}\times\mathrm{c}+a\times d$
$=-2xy^2+6xy-4y^2$

（４）$(4x^2+8x)\div 2x=(4x^2+8x)\times\frac{1}{2x}$　※わり算をかけ算にする
$=4x^2\times\frac{1}{2x}+8x\times\frac{1}{2x}$　※分配法則$(a+b)c=\mathrm{a}\times\mathrm{c}+b\times c$
$=2x+4$

（５）$(10a^2-15ab)\div 5a=(10a^2-15ab)\times\frac{1}{5a}$　※わり算をかけ算にする
$=10a^2\times\frac{1}{5a}+(-15ab)\times\frac{1}{5a}$　※分配法則$(a+b)c=\mathrm{a}\times\mathrm{c}+b\times c$
$=2a-3b$

（６）$(x^2y^2-3xy^2)\div\left(-\frac{1}{3}xy\right)=(x^2y^2-3xy^2)\times\left(-\frac{3}{xy}\right)$　※わり算をかけ算にする

$=x^2y^2\times\left(-\frac{3}{xy}\right)+(-3xy^2)\times\left(-\frac{3}{xy}\right)$　※分配法則$(a+b)c=\mathrm{a}\times\mathrm{c}+b\times c$

$=-3xy+9y$

$\boxed{2}$

ポイント

・分配法則を使う。$(a+b)(c+d) = \mathrm{a}\times\mathrm{c} + a\times d + b\times c + b\times d$

※暗算でできるところは暗算でやること。

（１） $(x-1)(y-1) = x(y-1)\times(-1)\times(y-1)$
$= xy - x - y + 1$

（２） $(a-b)(c+d) = a(c+d) + (-b)\times(c+d)$
$= ac + ad - bc - bd$

（３） $(a-7)(a+9) = a(a+9) + (-7)\times(a+9)$
$= a^2 + 9a - 7a - 63$
$= a^2 + 2a - 63$

（４） $(x+3y)(2x-8y) = x(2x-8y) + 3y(2y-8y)$
$= 2x^2 - 8xy + 6xy - 24y^2$　　※xy の項を計算する
$= 2x^2 - 2xy - 24y^2$

（５） $(b+1)(a-b-1) = b(a-b-1) + 1\times(a-b-1)$
$= ab - b^2 - b + a - b - 1$

（６）$(2x+y)(x-2y+3) = 2x(x-2y+3) + y(x-2y+3)$
$= 2x^2 - 4xy + 6x + xy - 2y^2 + 3y$　　※xy の項を計算する
$= 2x^2 - 2y^2 - 3xy + 6y + 3y$

$\boxed{3}$

ポイント　乗法公式を使う。

$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

$(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$

$(x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$

$(x+a)(x-a) = x^2 - a^2$

乗法公式が使えない場合は、分配法則を使う。

$(a+b)(c+d) = \mathrm{a}\times\mathrm{c} + a\times d + b\times c + b\times d$

（１） $(x+1)(x+4) = x^2 + (1+4)x + 1\times 4$　　※$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$
$= x^2 + 5x + 4$

（2） $(x-5)(x+7)=x^2+(-5+7)x+(-5)\times 7$ 　※$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

$=x^2+2x-35$

（3） $(x-2)(x+8)=x^2+(-2+8)x+(-2)\times 8$ 　※$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

$=x^2+6x-16$

（4） $(x-3)(x-7)=x^2+(-3-7)x+(-3)\times(-7)$ 　※$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

$=x^2-10x+21$

（5） $(x+6)^2=x^2+2\times x\times 6+6^2$ 　※$(x+a)^2=x^2+2ax+a^2$

$=x^2+12x+36$

（6） $(y-10)^2=x^2-2\times x\times 10+10^2$ 　※$(x+a)^2=x^2-2ax+a^2$

$=x^2-20x+100$

（7） $(2a+5b)^2=(2a)^2+2\times(2a)\times(5b)+(5b)^2$ 　※$(x+a)^2=x^2-2ax+a^2$

$=4a^2+20ab+25b^2$

（8） $(x+4)(x-4)=x^2-4^2$ 　※$(x+a)(x-a)=x^2-a^2$

$=x^2-16$

$\boxed{4}$

ポイント

$(a+b-2)(a+b+4)$のような計算は、$a+b=A$とおいて計算してから、$A\to a+b$に戻す。

（1） $(x+2)(x+3)+(x-1)^2=(x^2+5x+6)+(x^2-2x+1)$

$=2x^2+3x+7$

（2） $(x-6)(x-9)-2x(x-13)=(x^2-15x+54)-2x^2+26x$

$=-x^2+11x+54$

（3） $x-y=A$おく

$(x-y-1)^2=(A-1)^2$

$=A^2-2A+1$

$A\to x-y$に戻す。

$=(x-y)^2-2(x-y)+1$

$=x^2-2xy+y^2-2x+2y$

（4） $a+b=A$おく

$$(a+b-2)(a+b+4)=(A-2)(A+4)$$
$$=A^2+2A-8$$

$A\to a+b$に戻す。

$$=(a+b)^2-2(a+b)-8$$
$$=a^2+2ab+b^2-2a-2b-8$$
$$=x^2-2xy+y^2-2x+2y$$

5

ポイント

共通因数(すべての項で共通な文字など)がある場合、先頭にだす。

例えば、$3ab+6a=3a(b+2)$　$6a=3a\times 2$だから、$3a$を先頭にだせる。　$3a$を共通因数という。

共通因数以外の式は、因数分解の公式(乗法公式の逆)を使う。

$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$　･･･①

$x^2+2ax+a^2=(x+a)^2$　･･･②

$x^2-2ax+a^2=(x-a)^2$　･･･③

$x^2-a^2=(x+a)(x-a)$　･･･④

見極め方

a^2が、 1 ,4,9,16,25,36,49,64,81,100,121,144,136 など平方数(ある数を二乗した数)か否か

➡Yes ②③④のどれかを選択

➡xがなければ、④

➡xがあって、$x\times a\times 2$であるか否か

Yes　②③。の係数が、＋なら②、―なら③

No　①を考える

➡No ①を選択。

（1） $2x^2-x=x(2x-1)$

（2） $x^2-36=x^2-6^2$
$$=(x+6)(x-6)$$

（3） $x^2+16x+64=x^2+16x+8^2$
$$=x^2+2\times x\times 8+8^2$$
$$=(x+8)^2$$

（4） $16a^2-24a+9=(4a)^2-24a+3^2$
$$=(4a)^2-2\times(4a)\times 3+3^2$$
$$=(4a+3)^2$$

（５）$x^2+7x+12$

かけて 12，足して 7 になる 2 つの数を求める。

かけて 12 になる数は、

１×12　　足して　13　　NG

２×６　　足して　８　　NG

３×４　　足して　７　　OK

したがって、

$$x^2+7x+12=(x+3)(x+4)$$

（５）x^2-6x+8

かけて 8，足して－６になる２つの数を求める。

かけた数が正、足した数が負の場合、２つの数は、負となる

かけて８になる数は、

－１×（－8）　足して　―９　　NG

―２×（―４）　足して　―６　　OK

したがって、

$$x^2-6x+8=(x-2)(x-4)$$

（６）x^2-x-2

かけて―2，足して－１になる２つの数を求める。

かけて－２になる数は、

１×（－２）　　足して　―１　　OK

したがって、

$$x^2-x-2=(x+1)(x-2)$$

（７）$x^2+5x-24$

かけて－24，足して５になる２つの数を求める。

かけて－24 になる数は、

１×（－24）　　足して　―23　　NG

２×（－12）　　足して　－10　　NG

３×（―８）　　足して　－５　　NG

ここから、＋５にしたい方、（―３）×８　を考える

（－3）×８　　足して　　５　　OK

したがって、

$$x^2+5x-24=(x-3)(x+8)$$

6

（１）$3x^2 - 48 = 3(x^2 - 16)$

$= 3(x^2 - 4^2)$

$= 3(x + 4)(x - 4)$

（２）$2a^2b - 4ab - 30b = 2b(a^2 - 2a - 15)$　※共通因数 2b を先頭にする。()内を因数分解する。

$= 2b(a - 5)(a + 3)$

※$a^2 - 2a - 15$　かけて－15、足して－2 の数字を探す

（３）$(x + 1)y + 2(x + 1) = (x + 1)(y + 2)$　※共通因数(x+1)を先頭にする。

（４）$(x - 2)^2 - (x - 2) - 20$

$x - 2 = A$とおく。

$A^2 - A - 20 = (A - 5)(A + 4)$

$A \to x - 2$に戻す。

$(A - 5)(A + 4) = \{(x - 2) - 5\}\{(x - 2) + 4\}$

$= (x - 7)(x + 2)$

$(x - 2)^2 - (x - 2) - 20 = (x - 7)(x + 2)$

7

（１）$26^2 - 14^2 = (26 + 14)(26 - 14)$

$= 40 \times 12$

$= 480$

（２）$78^2 - 22^2 = (78 + 22)(78 - 22)$

$= 100 \times 56$

$= 5600$

（３）$49 = 50 - 1$と考える。

$49^2 = (50 - 1)^2 = 50^2 - 2 \times 50 + 1$

$= 2500 - 100 + 1$

$= 2400 + 1$

$= 2401$

（４）$57 = 60 - 3, 63 = 60 + 3$と考える

$$57 \times 63 = (60 - 3) \times (60 + 3)$$
$$= 60^2 - 3^2$$
$$= 3600 - 9$$
$$= 3591$$

8

（１）$(2x + 1)(2x - 1) - (2x - 3)^2 = (2x)^2 - 1^2 - \{(2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 3^2\}$

$$= 4x^2 - 1 - \{4x^2 - 12x + 9\}$$
$$= 12x - 10$$

※ここで、$x = 15$を代入する。

$$= 12 \times 15 - 10$$
$$= 170$$

（２）$x^2 - 10x + 25 = (x - 5)^2$

※ここで、$x = 15$を代入する。

$$= (15 - 5)^2$$
$$= 10^2$$

9

道の面積は、外側の四角形の面積から内側の四角形の面積を引いたものになる。
外側の四角形は、道幅がaだから、たて$p+2a$、よこ$q+2a$だから面積は、$(p+2a)(q+2a)$

証明

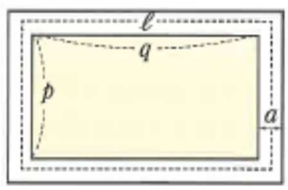
（道の面積は、外側の四角形の面積から内側の四角形の面積を引いたものになる。
外側の四角形は、道幅がaだから、たて$p+2a$、よこ$q+2a$だから面積は、$(p+2a)(q+2a)$）

道の面積 S は、

$S=(p+2a)(q+2a)-pq$

（ $=(pq+2ap+2aq+4a^2)-pq$ ）

$=2ap+2aq+4a^2$ ・・・①



（道のまん中を通る直線のたては、$p+\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}a=p+a$、よこは、$q+\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}a=q+a$。$\frac{1}{2}a$は、道幅の
半分。道のまん中を通る直線の長さは、２×たて＋２×よことなる）

道のまん中を通る直線の長さ ℓは、

$\ell=2(p+a)+2(q+a)$

（ $=2(p+q+2a)$）

$=2p+2q+4a$

よって、$a\ell=2ap+2aq+4a^2$ ・・・②

① 、②から、$S=a\ell$