

1

ポイント かたまりを見つけて、他の文字に置き換える。
乗法公式を使う。

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$$

$$(x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$$

$$(x+a)(x-a) = x^2 - a^2$$

(1) $x+y=A$ と置くと、

$$(x+y-1)(x+y+6) = (A-1)(A+6) \quad \begin{array}{l} \times (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab \\ = A^2 + 5A - 6 \end{array}$$

$A \rightarrow x+y$ に戻す。

$$\begin{aligned} A^2 + 5A - 6 &= (x+y)^2 + 5(x+y) - 6 \\ &= x^2 + 2xy + y^2 + 5x + 5y - 6 \end{aligned}$$

したがって、 $(x+y-1)(x+y+6) = x^2 + 2xy + y^2 + 5x + 5y - 6$

(2) $a+2b=A$ と置くと、

$$(a+2b-3)^2 = (A-3)^2 \quad \begin{array}{l} \times (x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2 \\ = A^2 - 6A + 9 \end{array}$$

$A \rightarrow a+2b$ に戻す。

$$\begin{aligned} A^2 - 6A + 9 &= (a+2b)^2 - 6(a+2b) + 9 \\ &= a^2 + 4ab + 4b^2 - 6a - 12b + 9 \end{aligned}$$

したがって、 $(a+2b-3)^2 = a^2 + 4ab + 4b^2 - 6a - 12b + 9$

(3) $x+y=A$ と置くと、

$$(x+y-5)(x+y+5) = (A-5)(A+5) \quad \begin{array}{l} \times (x+a)(x-a) = x^2 - a^2 \\ = A^2 - 25 \end{array}$$

$A \rightarrow x+y$ に戻す。

$$\begin{aligned} A^2 - 25 &= (x+y)^2 - 25 \\ &= x^2 + 2xy + y^2 - 25 \end{aligned}$$

したがって、 $(x+y-5)(x+y+5) = x^2 + 2xy + y^2 - 25$

(4) $b + 1 = M$ と置くと、

$$\begin{aligned}(a + b - 1)(a - b + 1) &= \{a + (b - 1)\}\{a - (b - 1)\} \\ &= (a + M)(a - M) \quad \text{※ } (x + a)(x - a) = x^2 - a^2 \\ &= a^2 - M^2\end{aligned}$$

$M \rightarrow b + 1$ に戻す。

$$\begin{aligned}a^2 - M^2 &= a^2 - (b + 1)^2 \\ &= a^2 - (b^2 + 2b + 1) \\ &= a^2 - b^2 - 2b - 1\end{aligned}$$

したがって、 $(a + b - 1)(a - b + 1) = a^2 - b^2 - 2b - 1$

2

ポイント かたまりを見つけて、他の文字に置き換える。

共通因数を見つける。

因数分解の公式を使う。

$$x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$$

$$x^2 + 2ax + a^2 = (x + a)^2$$

$$x^2 - 2ax + a^2 = (x - a)^2$$

$$x^2 - a^2 = (x + a)(x - a)$$

(1) $x + 3 = M$ と置くと、

$$\begin{aligned}2x(x + 3) - (x + 3)^2 &= 2xM - M^2 \quad \text{※共通因数 } M \text{ を先頭にだす。} \\ &= M(2x - M)\end{aligned}$$

$M \rightarrow x + 3$ に戻す。

$$\begin{aligned}M(2x - M) &= (x + 3)\{2x - (x + 3)\} \\ &= (x + 3)(2x - x - 3) \\ &= (x + 3)(x - 3)\end{aligned}$$

したがって、 $2x(x + 3) - (x + 3)^2 = (x + 3)(x - 3)$

(2) $x - 1 = M$ と置くと、

$$(x - 1)^2 + 4(x - 1) - 12 = M^2 + 4M - 12$$

$$\begin{aligned}&\text{※ } x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b) \text{ を使って因数分解する} \\ &= (M + 6)(M - 2)\end{aligned}$$

$M \rightarrow x - 1$ に戻す。

$$\begin{aligned}(M + 6)(M - 2) &= \{(x - 1) + 6\}\{(x - 1) - 2\} \\ &= (x + 5)(x - 3)\end{aligned}$$

したがって、 $(x - 1)^2 + 4(x - 1) - 12 = (x + 5)(x - 3)$

(3) かたまりを見つける。

$$a^2 - 4a + 4 - b^2 = (a^2 - 4a + 4) - b^2 \text{ と考えてみると、}$$

$$a^2 - 4a + 4 = (a - 2)^2 \text{ だから、} (a^2 - 4a + 4) - b^2 = (a + 2)^2 - b^2$$

$$a + 2 = M \text{ と置くと、}$$

$$(a + 2)^2 - b^2 = M^2 - b^2 = (M + b)(M - b)$$

$$M \rightarrow a + 2 \text{ に戻す。}$$

$$(M + b)(M - b) = \{(a + 1) + b\}\{(a + 1) - b\}$$

$$= (a + b + 1)(a - b + 1)$$

$$\text{したがって、} a^2 - 4a + 4 - b^2 = (a + b + 1)(a - b + 1)$$

(4) x で整理してみると、

$$xy - y - 2x + 2 = xy - 2x - y + 2$$

$$= x(y - 2) - y + 2$$

$$-y + 2 = -(y - 2) \text{ だから、} x(y - 2) - y + 2 = x(y - 2) - (y - 2)$$

$$(y - 2) \text{ が共通因数になるから、} x(y - 2) - (y - 2) = (y - 2)(x - 1)$$

$$\text{したがって、} xy - y - 2x + 2 = (x - 1)(y - 2) \quad \times (y - 2)(x - 1) \text{ でも OK}$$

3

ポイント 乗法公式/因数分解の公式が使える形にする。

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

$$(x + a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$$

$$(x - a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$$

$$(x + a)(x - a) = x^2 - a^2$$

(1) 4.03、3.97 を分解してみる。4.03=4+0.03、3.97=4-0.03

$$4.03 \times 3.97 = (4 + 0.03)(4 - 0.03) \quad \times (x + a)(x - a) = x^2 - a^2 \quad x = 4, a = 0.03$$

$$= 4^2 - 0.03^2 = 16 - 0.0009 = 15.9991$$

(2) 共通因数は、3.14。

$$5.5^2 \times 3.14 - 4.5^2 \times 3.14 = 3.14 \times (5.5^2 - 4.5^2)$$

$$\times x^2 - a^2 = (x + a)(x - a)$$

$$= 3.14 \times (5.5 + 4.5)(5.5 - 4.5)$$

$$= 3.14 \times 10 \times 1$$

$$= 31.4$$

4

(1) 反例

$a = 1, b = 2, c = 3, d = 4$ とすると、 $12 \mid 34 \mid 43 \mid 21$ となる。

$$12 \times 34 = 408$$

$$43 \times 21 = 903$$

必ずしも、等しくならない。

(2) $ab \mid cd \mid dc \mid ba$ だから、

$ab \rightarrow 10a + b$ 、同様に、 $cd \rightarrow 10c + d, dc = 10d + c, ba = 10b + a$

$$ab \times cd \rightarrow (10a + b)(10c + d) = 100ac + 10ad + 10bc + bd$$

一方

$$dc \times ba \rightarrow (10d + c)(10b + a) = 100bd + 10da + 10cb + ac$$

このことから、 $ab \times cd = dc \times ba$ は、

$$100ac + 10ad + 10bc + bd = 100bd + 10da + 10cb + ac$$

これを計算すると、

$$100ac + 10ad + 10bc + bd - (100bd + 10da + 10cb + ac) = 0$$

$$ac(100 - 1) + bd(1 - 100) = 0$$

$$99(ac - bd) = 0$$

したがって、 $(ac - bd) = 0$ だから、 $ac = bd$ である必要がある。

(3) $a = 2, b = 3, c = 6, d = 4 \rightarrow 23 \mid 64 \mid 46 \mid 32$ となる。

$$23 \times 64 = 1472$$

$$46 \times 32 = 1472$$

5

(1) $a = n$ (日) とすると、 $b = n + 1, c = n + 7, d = n + 8$ となる。

$bc - ad$ に代入すると、

$$\begin{aligned}bc - ad &= (n + 1)(n + 7) - n(n + 8) \\ &= n^2 + 8n + 7 - (n^2 + 8n) \\ &= 7\end{aligned}$$

したがって、 $bc - ad$ は、必ず、7になる。

(2) 図表から予測する。

$a = 6, b = 8, c = 13, d = 15$ 。この時の $bc - ad$ を求める。

$$\begin{aligned}bc - ad &= 8 \times 13 - 6 \times 15 \\ &= 104 - 90 \\ &= 14\end{aligned}$$

必ず、14になると予想できる。

(3) $a = n$ (日) とすると、 $b = n + 2, c = n + 7, d = n + 9$ となる。

$bc - ad$ に代入すると、

$$\begin{aligned}bc - ad &= (n + 2)(n + 7) - n(n + 9) \\ &= n^2 + 9n + 14 - (n^2 + 9n) \\ &= 14\end{aligned}$$

したがって、 $bc - ad$ は、必ず、14になる。