

1

(1)  $(x-7)(x+6)$ を乗法公式 $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ を使って展開する。

$$(x-7)(x+6) = x^2 + (-7+6)x + (-7) \times 6 = x^2 - x - 42$$

$x$ の係数が+1になっているので、-1に修正する。

(2) 因数分解は、積(かけ算)で表さなければならない。問題文は積で表されていない。

$x^2 - 3x - 18 = (x+3)(x-6)$ のように積で表さなければならない。

2

ポイント

- ・分配法則を使う。 $(a+b)(c+d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$
- ・わり算は、逆数(分母と分子を入れ替える、符号は変えない)でかけ算にする

(1)  $2a(a-2b) = 2a \times a + 2a \times (-2b)$  ※分配法則で展開する  
 $= 2a^2 - 4ab$

(2)  $(6x^2 - 3x) \div (-3x) = (6x^2 - 3x) \times \left(-\frac{1}{3x}\right)$  ※わり算をかけ算にする  
 $= 6x^2 \times \left(-\frac{1}{3x}\right) + (-3x) \times \left(-\frac{1}{3x}\right)$  ※分配法則で展開する  
 $= -2x + 1$

(3)  $(3ab - 9b^2) \div \frac{3}{4}b = (3ab - 9b^2) \times \frac{4}{3b}$  ※わり算をかけ算にする  
 $= 3ab \times \frac{4}{3b} + (-9b^2) \times \frac{4}{3b}$  ※分配法則で展開する  
 $= 4a - 12b$

※ $\frac{3}{4}b$ は、 $\frac{3b}{4}$ だから逆数は、 $\frac{4}{3b}$ です。 $\frac{4}{3}b$ ではありません

(4)  $5x(x-1) - x(4x+5) = 5x \times x + 5x \times (-1) - (x \times 4x + x \times 5)$  ※分配法則で展開する  
 $= 5x^2 - 5x - (4x^2 + 5x)$  ※符号に気をつけて()を外す  
 $= 5x^2 - 5x - 4x^2 - 5x$   
 $= x^2 - 10x$

3

ポイント 乗法公式を使う。

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$$

$$(x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$$

$$(x+a)(x-a) = x^2 - a^2$$

乗法公式が使えない場合は、分配法則を使う。

$$(a+b)(c+d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$$

$$(1) (x+4)(x+5) = x^2 + (4+5)x + 4 \times 5 \quad \begin{array}{l} \text{※}(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab \\ = x^2 + 9x + 20 \end{array}$$

$$(2) (a+8)(a-4) = a^2 + (8-4)a + 8 \times (-4) \quad \begin{array}{l} \text{※}(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab \\ = a^2 + 4a - 32 \end{array}$$

$$(3) (3x+1)^2 = (3x)^2 + 2 \times 1 \times 3x + 1^2 \quad \begin{array}{l} \text{※}(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2 \quad x \rightarrow 3x \\ = 9x^2 + 6x + 1 \end{array}$$

$$(4) (2x+7)(2x-7) = (2x)^2 - 7^2 \quad \begin{array}{l} \text{※}(x+a)(x-a) = x^2 - a^2 \quad x \rightarrow 2x \\ = 4x^2 - 49 \end{array}$$

$$(5) (a-9b)(2a-7b) = a \times 2a + a \times (-7b) + (-9b) \times 2a + (-9b) \times (-7b) \quad \begin{array}{l} \text{※分配法則で展開する} \\ = 2a^2 - 7ab - 18ab + 63b^2 \\ = 2a^2 - 25ab + 63b^2 \end{array}$$

$$(6) (-4a-b)^2 = \{(-4a) + (-b)\}^2 \\ = (-4a)^2 + 2 \times (-4a) \times (-b) + (-b)^2 \quad \begin{array}{l} \text{※}(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2 \quad x \rightarrow -4a \quad a \rightarrow -b \\ = 16a^2 + 8ab + b^2 \end{array}$$

※別解

$$(-4a-b)^2 = \{(-4a) + (-b)\}^2 = \{-(4a+b)\}^2 \\ = (4a+b)^2$$

で、 $(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$ を使う。

4

$$\begin{aligned}
 (1) \quad (a-3)^2 - (a+4)(a-4) &= a^2 - 6a + 9 - (a^2 - 16) \\
 &= a^2 - 6a + 9 - a^2 + 16 \\
 &= -6a + 25
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \ast (a-3)^2 &= a^2 - 6a + 9 && \text{公式}(x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2 \text{を使う} \\
 (a+4)(a-4) &= a^2 - 16 && \text{公式}(x+a)(x-a) = x^2 - a^2 \text{を使う}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad (x+7)^2 - (x-6)(x-2) &= x^2 + 14x + 49 - (x^2 - 8x + 12) \\
 &= x^2 + 14x + 49 - x^2 + 8x - 12 \\
 &= 22x + 37
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \ast (x+7)^2 &= x^2 + 14x + 49 && \text{公式}(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2 \text{を使う} \\
 (x-6)(x-2) &= x^2 - 8x + 12 && \text{公式}(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab \text{を使う}
 \end{aligned}$$

5

ポイント

共通因数(すべての項で共通な文字など)がある場合、先頭にだす。

例えば、 $3ab + 6a = 3a(b + 2)$   $6a = 3a \times 2$ だから、 $3a$ を先頭にだせる。  $3a$ を共通因数という。

共通因数以外の式は、因数分解の公式(乗法公式の逆)を使う。

$$x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b) \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$x^2 + 2ax + a^2 = (x+a)^2 \quad \cdots \textcircled{2}$$

$$x^2 - 2ax + a^2 = (x-a)^2 \quad \cdots \textcircled{3}$$

$$x^2 - a^2 = (x+a)(x-a) \quad \cdots \textcircled{4}$$

見極め方

$a^2$ が、1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 136 など平方数(ある数を二乗した数)か否か

→Yes ②③④のどれかを選択

→ $x$ がなければ、④

→ $x$ があつて、 $x \times a \times 2$ であるか否か

Yes ②③。の係数が、+なら②、-なら③

No ①を考える

→No ①を選択。

(1) 共通な文字を先頭に持ってくる

$$\begin{aligned}
 4m^2n + 2mn &= mn(4m + 2) && \ast \text{ ( ) 内の係数が2で割れるから、2も共通因数である。} \\
 &= 2mn(2m + 1)
 \end{aligned}$$

(2)  $-5$  は平方数でないから、 $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$ を使う。

かけて( $ab$ )、 $-5$ 、たして( $a+b$ )て、 $+4$ になる2つの数( $a, b$ )を探す

$ab = -5$ だから、 $a = 1, b = -5$ または、 $a = -1, b = 5$ であり、 $a, b$ が逆でも同じ

このうち、 $a + b = 4$ になるのは、 $a = -1, b = 5$ の場合である。

したがって、

$$x^2 + 4x - 5 = (x - 1)(x + 5)$$

(3)  $24$  は平方数でないから、 $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$ を使う。

かけて( $ab$ )、 $24$ 、たして( $a+b$ )て、 $-11$ になる2つの数( $a, b$ )を探す

$ab = 24$ だから、 $a, b$ 両方とも正の数か、負の数になる。

$a + b = -11$ で負の数だから、 $a, b$ 両方とも負の数になる

$$a = -1, b = -24 \quad a + b = -25$$

$$a = -2, b = -12 \quad a + b = -14$$

$$a = -3, b = -8 \quad a + b = -11 \quad \text{このことから、} a = -3, b = -8$$

$$x^2 - 11x + 24 = (x - 3)(x - 8)$$

(4)  $36 = 6^2$ 。また、 $-12x$ から $-12x = 2 \times 6 \times x$ 。

このことから、 $x^2 - 2ax + a^2 = (x - a)^2$ が使えることに気が付く。

$$\begin{aligned} x^2 - 12x + 36 &= x^2 - 2 \times 6 \times x + 6^2 \\ &= (x - 6)^2 \end{aligned}$$

(5) すべての項( $3x^2, -12x, -36$ )は、 $3$ で割れるから

$$3x^2 - 12x - 36 = 3(x^2 - 4x - 12)$$

となる。

$x^2 - 4x - 12$ を因数分解する。

$12$  は平方数でないから、 $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$ を使う。

かけて( $ab$ )、 $-12$ 、たして( $a+b$ )て、 $-4$ になる2つの数( $a, b$ )を探す

$ab = -12$ だから、 $a, b$ の片方は、正の数、もう片方が、負の数になる。

$$a = -1, b = 12 \quad a + b = 11$$

$$a = -2, b = 6 \quad a + b = 4$$

$$a = -3, b = 4 \quad a + b = 1$$

$$a = -4, b = 3 \quad a + b = -1$$

$$a = -6, b = 2 \quad a + b = -4 \quad \text{このことから、} a = -6, b = 2$$

$$x^2 - 4x - 12 = (x + 2)(x - 6)$$

$$\text{したがって、} \quad 3x^2 - 12x - 36 = 3(x + 2)(x - 6)$$

(6) すべての項( $xy^2, -9x$ )の共通因数は、 $x$ だから、

$$xy^2 - 9x = x(y^2 - 9)$$

となる。

$y^2 - 9$ を因数分解する。

9は、 $3^2$ で、 $x$ の項がないから、 $x^2 - a^2 = (x + a)(x - a)$ を使う。

$$y^2 - 9 = (y + 3)(y - 3)$$

したがって、 $xy^2 - 9x = x(y + 3)(y - 3)$

(7)  $25x^2 = (5x)^2$ 、 $9y^2 = (3y)^2$ とみると、

$$25x^2 - 9y^2 = (5x)^2 - (3y)^2$$

このことから、 $2 \times (5x)^2 \times \{-(3y)^2\}$ の項がないから、 $x^2 - a^2 = (x + a)(x - a)$ を使う。

$$x \rightarrow 5x, a \rightarrow 3y$$

$$(5x)^2 - (3y)^2 = (5x + 3y)(5x - 3y)$$

したがって、 $25x^2 - 9y^2 = (5x + 3y)(5x - 3y)$

(8)  $81x^2 = (9x)^2$ 。また、 $-18xy$ から $-18xy = 2 \times (9x) \times x$ となるため、

このことから、 $x^2 - 2ax + a^2 = (x - a)^2$ が使えることに気が付く。

$$\begin{aligned} x^2 - 18xy + 81y^2 &= x^2 - 18xy + (9y)^2 \\ &= x^2 - 2 \times (9y) \times x + (9y)^2 \\ &= (x - 9y)^2 \end{aligned}$$

## 6

(1) 奇数になる

(2) 証明

2つの続いた整数を  $n$ 、 $n+1$  とおく。ただし、 $n$  は整数。

$n$  が 0 以上の整数の場合、

大きい数  $n+1$  で、平方は、 $(n+1)^2$  である。

小さい数  $n$  で、平方は、 $n^2$  である。

差は、 $(n+1)^2 - n^2$  であり、これを計算すると、※ $x^2 - a^2 = (x+a)(x-a)$  を使う。

$$\begin{aligned} (n+1)^2 - n^2 &= \{(n+1)+n\}\{(n+1)-n\} \\ &= (2n+1) \times 1 \\ &= 2n+1 \end{aligned}$$

$n$  は、0 以上の整数だから、 $2n$  は偶数であり、 $2n+1$  は奇数となる。

したがって、2つの続いた整数で、大きな数の平方から小さな数の平方を引くと必ず奇数になる。

$n$  が負の整数の場合、

大きい数  $n$  で、平方は、 $n^2$  である。

小さい数  $n+1$  で、平方は、 $(n+1)^2$  である。

差は、 $n^2 - (n+1)^2$  であり、これを計算すると、※ $x^2 - a^2 = (x+a)(x-a)$  を使う。

$$\begin{aligned} n^2 - (n+1)^2 &= \{n+(n+1)\}\{n-(n+1)\} \\ &= (2n+1) \times (-1) \\ &= -2n-1 \end{aligned}$$

$n$  は、負の整数だから、 $-2n$  は、正の偶数であり、 $-2n-1$  は、 $n$  が  $-1$  以上だから正の奇数となる。

したがって、2つの続いた整数で、大きな数の平方から小さな数の平方を引くと必ず奇数になる。