未来へひろがる数学(啓林館)：目黒区立中学校の教科書
中学３年生　１章　式の展開と因数分解　章末問題　学びを身につけよう。問題文は省略します。

$\boxed{1}$

ポイント
・分配法則を使う。$(a+b)(c+d) = \mathrm{a}\times \mathrm{c} + a\times d + b\times c + b\times d$
・わり算は、逆数（分母と分子を入れ替える、符号は変えない）でかけ算にする
※暗算でできるところは暗算でやること。

（１）$6c\left(-\frac{1}{2}a+\frac{2}{3}b\right) = 6c\times(-\frac{1}{2}a) + 6c\times\frac{2}{3}b$

$= -3ac + 4bc$

（２）$\frac{2}{3}x(15x-9y+6) = \frac{2}{3}x\times 15x + \frac{2}{3}x\times(-9y) + \frac{2}{3}x\times 6$
$= 10x^2 - 6xy + 4x$

（３）$(2x^2y - 12xy^2)\div 3xy = (2x^2y - 12xy^2)\times\frac{1}{3xy}$

$= 2x^2y\times\frac{1}{3xy} + (-12xy^2)\times\frac{1}{3xy}$

$= \frac{2x}{3} - 4y$

（４）$(9a^2b - 3ab)\div\left(-\frac{3}{2}ab\right) = (9a^2b - 3ab)\times\left(-\frac{2}{3ab}\right)$

$= 9a^2b\times\left(-\frac{2}{3ab}\right) + (-3ab)\times\left(-\frac{2}{3ab}\right)$

$= -6a + 2$

$\boxed{2}$

ポイント　乗法公式を使う。

$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$　　　$(x+a)^2=x^2+2ax+a^2$

$(x-a)^2=x^2-2ax+a^2$　　　$(x+a)(x-a)=x^2-a^2$

乗法公式が使えない場合は、分配法則を使う。

$(a+b)(c+d)=\mathrm{a}\times\mathrm{c}+a\times d+b\times c+b\times d$

（1）$(-5x+4y)^2=(-5x)^2+2\times(-5x)\times(4y)+(4y)^2$

$=25x^2-40xy+16y^2$

（2）$\left(2x-\frac{1}{3}\right)^2=(2x)^2-2\times(2x)\times\frac{1}{3}+\left(\frac{1}{3}\right)^2$

$=4x^2-\frac{4}{3}x+\frac{1}{9}$

（3）$(x-\frac{1}{4})(x+\frac{1}{4})=x^2-\left(\frac{1}{4}\right)^2$

$=x^2-\frac{1}{16}$

（4）$(7x-2)(2+7x)=(7x-2)(7x+2)$

$=(7x)^2-2^2$

$=49x^2-4$

（5）$(x+3)(x-7)=x^2+(3-7)x+3\times(-7)$

$=x^2-4x-21$

（6）$(2x+5)(2x+9)=(2x)^2+(5+9)\times(2x)+5\times9$

$=4x^2+90x+45$

（7）$(a+b)(a+b-c)=(a+b)^2+(a+b)\times(-c)$　　※$M=a+b$と置いて計算するとわかりやすい

$=a^2+2ab+b^2-ac-bc$

（8）$(a-b-c)^2$　　※$M=a-b$とおく。

$(a-b-c)^2=(M-c)^2$

$=M^2-2cM+c^2$　　※M を戻す

$=(a-b)^2-2c(a-b)+c^2$

$=a^2-2ab+b^2-2ca+2bc+c^2$　　※見やすいように並べ替える

$=a^2+b^2+c^2-2ab+2bc-2ca$

※M と置くのを頭の中でやれるようにする。

（9）$(x+2y-1)(x+2y+1)=(x+2y)^2-1^2$

$=x^2+4xy+4y^2-1$

3

ポイント　乗法公式を使う。

$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$　　$(x+a)^2=x^2+2ax+a^2$

$(x-a)^2=x^2-2ax+a^2$　　$(x+a)(x-a)=x^2-a^2$

乗法公式が使えない場合は、分配法則を使う。

$(a+b)(c+d)=\mathrm{a}\times \mathrm{c}+a\times d+b\times c+b\times d$

（1）$(a+b)^2+(a-b)^2=a^2+2ab+b^2+a^2-2ab+b^2$
$=2a^2+2b^2$

（2）$(x-1)(x+2)-(x-3)(x-5)=(x^2+x-2)-(x^2-8x+15)$
$=x^2+x-2-x^2+8x-15$
$=9x-17$

（3）$(x+3)^2-(x+2)(x+4)=(x^2+6x+9)-(x^2+6x+8)$
$=x^2+6x+9-x^2-6x-8$
$=1$

（4）$(2x+1)(2x-1)-(x-5)(x+2)=(2x)^2-1-(x^2-3x-10)$
$=4x^2-1-x^2+3x+10$
$=3x^2+3x+9$

4

ポイント

共通因数(すべての項で共通な文字など)がある場合、先頭にだす。

例えば、$3ab+6a=3a(b+2)$　$6a=3a\times 2$だから、$3a$を先頭にだせる。　$3a$を共通因数という。

共通因数以外の式は、因数分解の公式(乗法公式の逆)を使う。

$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$　・・・①

$x^2+2ax+a^2=(x+a)^2$　・・・②

$x^2-2ax+a^2=(x-a)^2$　・・・③

$x^2-a^2=(x+a)(x-a)$　・・・④

見極め方

a^2が、１,4,9,16,25,36,49,64,81,100,121,144,136 など平方数(ある数を二乗した数)か否か

➡Yes ②③④のどれかを選択

➡xがなければ、④

➡xがあって、$x\times a\times 2$であるか否か

Yes　②③。の係数が、＋なら②、ーなら③

No　①を考える

➡No ①を選択。

（１）$10x^2+25x=5x(2x+5)$

（２）$x^2-\frac{1}{4}y^2=x^2-(\frac{1}{2}y)^2$
$=(x+\frac{1}{2}y)(x-\frac{1}{2}y)$

（３）$x^2+10x+24=(x+4)(x+6)$

（４）$x^2+x+\frac{1}{4}=x^2+2\times\frac{1}{2}\times x+\left(\frac{1}{2}\right)^2$
$=(x+\frac{1}{2})^2$

（５）$x^2-9x+20=(x-4)(x-5)$

（６）$xy^2+xyz-4xy=xy(y+z-4)$

（７）$25x^2-30x+9=(5x)^2-2\times(5x)\times 3+3^2$
$=(5x-3)^2$

（８）$a^2-2a-15=(a-5)(a+3)$

（９）$-10x+9+x^2=x^2-10x+9$
$=(x-1)(x-9)$

$\boxed{5}$

ポイント　因数分解の公式が使えるようにかたまりをい意識する

（１）$-x^2+5x+6=-(x^2-5x-6)$　※共通因数−1 を先頭にだし、残りを因数分解する
$=-(x-6)(x+1)$

（２）$(x-2)^2-3(x-2)+2=\{(x-2)-1\}\{(x-2)-2\}$　※$x-2$をかたまり考えて因数分解する
$=(x-3)(x-4)$

（３）$(x+y)^2-4=(x+y)^2-2^2$　※$x+y$をかたまり考えて因数分解する
$=(x+y+2)(x+y-2)$

（４）$(x-y)^2+4(x-y)-5=\{(x-y)+5\}\{(x-y)-1\}$　※$x-y$をかたまり考えて因数分解する
$=(x-y+5)(x-y-1)$

$\boxed{6}$

（1）$(x-7)y+7-x=(x-7)y-(x-7)$

$=(x-7)(y-1)$

（2）$2ab+2b-a-1=2b(a+1)-(a+1)$

$=(a+1)(2b-1)$

$\boxed{7}$

（1）$x^2+4x+4=(x+2)^2$

$=(198+2)^2$

$=200^2$

$=40000$

（2）$x^2-y^2=(x+y)(x-y)$

$=(3.75+2.25)(3.75-2.25)$

$=6\times 1.5$

$=9$

（3）$x(x+3)-(x+3)(x+1)=(x+3)\{x-(x+1)\}$

$=(x+3)\times(-1)$

$=(27+3)\times(-1)$

$=-30$

（4）$(a+b)^2-2(a+b)+1=\{(a+b)-1\}^2$

$=(a+b-1)^2$

$=(17+4-1)^2$

$=20^2$

$=400$

$\boxed{8}$

（１）連続する２つの奇数。小さい方が、$2n+1$なら、大きい方は、$2n+3$。

（２）予想　４の倍数

証明

連続する２つの偶数を$2n, 2n+2$とする。nは、正の整数とする。

したがって、大きい偶数は、$2n+2$、小さい偶数は、$2n$となる。

$$\begin{aligned}(2n+2)^2-(2n)^2 &= (2n)^2+2\times(2n)\times 2+4-(2n)^2\\ &= 8n+4\\ &= 4(2n+1)\end{aligned}$$

nは、正の整数だから、$2n+1$は整数。したがって、$4(2n+1)$は、４の倍数。

$\boxed{9}$

（１）$$\begin{aligned}21^2-20^2+19^2-18^2+17^2-16^2 &= (21+20)(21-20)+(19+18)(19-18)+(17+16)(17-16)\\ &= 41+37+33=111\end{aligned}$$

（２）$$\begin{aligned}8^2-10^2+12^2 &= 8^2+(12^2-10^2)\\ &= 64+(12+10)(12-10)\\ &= 64+22\times 2\\ &= 64+44\\ &= 108\end{aligned}$$

$\boxed{10}$

（ア）　$364\times 366=(365-1)(365+1)$

$a=365$とおくと、$364\times 366=(a-1)(a+1)$

$=a^2-1$

（イ）　$363\times 367=(365-2)(365+2)$

$a=365$とおくと、$363\times 367=(a-2)(a+2)$

$=a^2-4$

したがって、$a^2-1>a^2-4$

このことから$364\times 366>363\times 367$